

# Índice

Introducción .....	1
1. Iniciación a la Programación en Maple .....	5
1.1. Estructura Básica .....	5
1.2. Breve Recorrido por Maple .....	9
1.2.1. Números, Polinomios y Funciones .....	9
1.2.2. Secuencias, Listas y Conjuntos .....	17
1.3. Procedimientos Maple .....	22
1.3.1. Sintaxis Básica .....	23
1.3.2. Bucles y Condicionales .....	32
1.3.3. Programación Modular .....	42
1.3.4. Procedimientos Anidados y Recursivos .....	43
1.4. Un Ejemplo Completo: Series Geométricas de Orden Superior ....	44
2. Introducción a la Teoría de la Complejidad Algebraica .....	49
2.1. Funciones de Complejidad .....	49
2.2. Comparación de Complejidades .....	52
2.3. Estructuración de Datos .....	57
2.3.1. Estructuración de Datos en $\mathbb{Z}$ .....	57
2.3.2. Estructuración de Datos en $\mathbb{Z}[x]$ .....	58
2.3.3. Estructuración de Datos en $\mathbb{Z}[x_1, \dots, x_r]$ .....	59
2.4. Complejidad de la Aritmética en Dominios Básicos .....	61
2.4.1. Complejidad de la Aritmética Clásica en $\mathbb{Z}$ .....	61
2.4.2. Algoritmos Avanzados de Multiplicación en $\mathbb{Z}$ .....	63
2.4.3. Complejidad de la Aritmética en $\mathbb{Z}[x_1, \dots, x_r]$ .....	64
2.4.4. Preliminares sobre Cuerpos de Fracciones y Dominios Euclídeos .....	65
2.4.5. Complejidad de la Aritmética en Cuerpos de Fracciones .....	67
2.5. Un Ejemplo Completo: Eliminación Gaussiana .....	68
3. Facilidades Básicas de Maple en Álgebra Lineal .....	71
3.1. Cálculos en Álgebra Lineal con Maple .....	71
3.2. Matrices y Vectores: Operaciones .....	75

3.2.1. Matrices en LinearAlgebra .....	76
3.2.2. Vectores en LinearAlgebra .....	80
3.3. Manipulación de Matrices y Vectores .....	85
3.4. Álgebra Lineal con Maple .....	91
3.4.1. Comandos Básicos .....	91
3.4.2. Sistemas de Ecuaciones Lineales .....	92
3.4.3. Espacios Vectoriales .....	93
3.4.4. Diagonalización y Forma Canónica de Jordan .....	94
3.4.5. El Paquete Student[LinearAlgebra] .....	96
3.4.6. Ejemplos .....	97
3.5. Un Ejemplo Completo: Espacios Euclídeos .....	104
4. Algoritmos Simbólicos en Álgebra Lineal .....	113
4.1. El Método Directo de Bareiss .....	113
4.2. Preliminares sobre Cuerpos Finitos Primos .....	123
4.2.1. El Anillo $\mathbb{Z}_m$ .....	123
4.2.2. Complejidad de la Aritmética Básica en $\mathbb{Z}_m$ .....	125
4.3. Teorema de los Restos Chinos: Algoritmos de Lagrange y de Newton .....	130
4.3.1. El Teorema de los Restos Chinos .....	130
4.3.2. Aplicación en Criptografía .....	136
4.4. El Método Homomórfico: Descripción General en $\mathbb{Z}$ .....	137
4.4.1. El Proceso Reductor .....	139
4.4.2. El Proceso Inversor .....	141
4.5. Cálculo Homomórfico del Determinante: Caso $\mathbb{Z}$ .....	144
4.6. Resolución Homomórfica de Sistemas de Ecuaciones Lineales ...	148
4.7. El Método Homomórfico: Descripción General en $\mathbb{Z}[x_1, \dots, x_r]$ ..	152
4.7.1. El Proceso Reductor .....	152
4.7.2. El Proceso Inversor .....	156
4.7.3. El Cálculo del Determinante en $\mathbb{Z}[x_1, \dots, x_r]$ .....	158
5. Algoritmos Simbólicos en Álgebra no Lineal .....	161
5.1. Máximo Común Divisor de Polinomios .....	162
5.1.1. Preliminares Teóricos .....	162
5.1.2. Cálculo del MCD Polinomial Mediante Sucesiones de Restos Polinomiales .....	163

5.2. Resultantes de Polinomios .....	172
5.2.1. El Concepto de Resultante .....	172
5.2.2. Cálculo de la Resultante .....	176
5.2.3. Sistemas Bivariados .....	178
5.2.4. Aplicaciones a Curvas .....	184
5.3. Factorización de Polinomios .....	185
5.3.1. Fase Preparatoria: Factorización Libre de Cuadrados .....	186
5.3.2. Fase Reductora .....	188
5.3.3. Fase Inversora .....	193
5.3.4. Fase Reconstructora de Factores .....	199
5.3.5. Algoritmo de Factorización de Berlekamp-Hensel .....	200
5.4. Resolución de Sistemas de Ecuaciones Algebraicas .....	202
5.4.1. Bases de Gröbner: Motivación .....	202
5.4.2. Bases de Gröbner: Definición .....	204
5.4.3. Bases de Gröbner: Cálculo (Algoritmo de Buchberger) .....	209
5.4.4. Aplicación a la Resolución de Sistemas de Ecuaciones Algebraicas .....	212
5.4.5. Bases de Gröbner: Comandos Maple .....	215
6. Facilidades Básicas de Maple en Cálculo .....	219
6.1. Cálculo con Maple .....	219
6.1.1. Funciones .....	219
6.1.2. Límites, Continuidad y Cálculo Diferencial .....	223
6.1.3. Sumas y Productos .....	231
6.1.4. Series de Taylor y de Potencias .....	233
6.1.5. Cálculo Integral .....	237
6.2. Paquetes para Cálculo .....	240
6.3. Plots .....	243
6.3.1. Representación de Curvas Planas .....	244
6.3.2. Representación de Curvas y Superficies en el Espacio .....	250
6.4. Un Ejemplo Completo: Series de Fourier .....	257
7. Facilidades Básicas de Maple en Ecuaciones Diferenciales Ordinarias .....	269
7.1. Consideraciones Generales .....	269
7.1.1. Ecuaciones Diferenciales Ordinarias de Primer Orden .....	272
7.2. Ecuaciones de Primer Orden con Maple .....	279

7.2.1. Ecuaciones de Variables Separables .....	280
7.2.2. Ecuaciones Homogéneas .....	281
7.2.3. Ecuaciones Cuasi-Homogéneas .....	289
7.2.4. Ecuaciones Exactas y Factores Integrantes .....	293
7.2.5. Ecuaciones Lineales de Primer Orden .....	298
7.2.6. Ecuaciones Reducibles a Lineales .....	301
7.2.7. Ecuaciones en las que Falta la Variable $x$ o la Variable $y$ ....	310
7.3. Aplicación al Cálculo de Trayectorias .....	313
7.4. Ecuación Lineal de Orden $n$ .....	316
7.4.1. Teoría Básica .....	317
7.4.2. Ecuación Lineal Homogénea con Coeficientes Constantes ....	322
7.4.3. Ecuación Lineal no Homogénea con Coeficientes Constantes .....	323
7.5. Sistemas de Ecuaciones Diferenciales Lineales .....	333
Ejercicios Propuestos .....	341
Bibliografía .....	355
Índice Alfabético .....	359