Introducción

Quizás sea conveniente comenzar comentando que no es sencillo dar una definición precisa de computación simbólica. Incluso existen varias denominaciones para esta materia: computación simbólica, cálculo simbólico, cálculo formal, álgebra computacional (en ocaciones, se entiende que el álgebra computacional es sólo una parte de la computación simbólica), etc. De hecho, en libros clásicos sobre la materia, como [Buchberger et al. (1983)] o [Winkler (1996)], se limitan a dar una tentativa de definición o una descripción del área mediante características fundamentales. Así, en [Buchberger et al. (1983)] los autores afirman que:

> *El álgebra computacional es aquella parte de las ciencias de la computación que diseña, analiza, implementa y aplica algoritmos algebraicos.*

Por otra parte, en [Winkler (1996)] se indican y comentan las siguientes características como factores determinantes del área:

> *Implica el cálculo con estructuras algebraicas; los resultados de sus algoritmos son exactos y no están sujetos a errores de aproximación; en general, el input de los algoritmos está formado por expresiones o fórmulas y se espera que el output también esté compuesto por expresiones o fórmulas.*

En este libro optamos por la definición que aparece en la página web (`http://www.redeaca.tk/`) de la Red Eaca (*Red Temática de Cálculo Simbólico, Álgebra Computacional y Aplicaciones*) de la que forman parte los autores y en la que se enfatiza su carácter interdisciplinar[1]:

> *El Cálculo Simbólico o Cálculo Formal (en inglés Symbolic Computation, y en francés Calcul Formel) se define como un área moderna de investigación de carácter interdisciplinar, que se enmarca en el ámbito común de actuación de campos como la Matemática y las Ciencias de la Computación, y cuyo cometido principal es el desarrollo, construcción y análisis de algoritmos efectivos que manipulen objetos simbólicos susceptibles de ser representados en un ordenador, con especial énfasis en los cálculos correspondientes a objetos de entidad matemática y con vistas a sus aplicaciones, no sólo en la propia Matemática, sino también en otras ramas de la Ciencia (como la Física, la Química, la Biología, etc.) e incluso en la Industria (redes eléctricas, modelado de automóviles, redes de transporte, tolerancia geométrica, diseño geométrico asistido por ordenador, robótica, etc.).*

[1] En la clasificación de la AMS (American Mathematical Society) aparece clasificado en 68W30: (Computer Science) Symbolic computation and algebraic computation; y en la clasificación de la ACM (Association for Computing Machinery) como: (Computing Methodologies) Symbolic and algebraic computation.

En consecuencia, la computación simbólica permite manipular objetos de forma exacta y proporciona soluciones exactas y generales. Este planteamiento de trabajo ha permitido realizar contribuciones algorítmicas importantes en muchas áreas de la Matemática. No obstante la computación simbólica, como tal, tiene limitaciones pues no todo problema se puede abordar con este enfoque. Un ejemplo claro de esta afirmación es la determinación de raíces de polinomios ya que, tal y como se deduce de la Teoría de *Galois* (más precisamente el Teorema de *Abel*), la ecuación general de grado n no se puede resolver por radicales si $n > 4$. No obstante, en estos casos, la computación simbólica es también útil ya que permite realizar de forma exacta los pre-cálculos correspondientes. Por ejemplo, en el caso de las raíces se puede factorizar de forma exacta (digamos sobre $\mathbb{Q}$) el polinomio y después proceder al cálculo aproximado de las raíces de cada factor; alternativamente, se pueden introducir elementos algebraicos y trabajar en la correspondiente extensión. Otra dificultad que aparece en este ámbito es que, frente a las técnicas de cálculo numérico, el tamaño de los problemas que se pueden resolver –en un tiempo razonable– no suele ser muy grande. Estos factores, entre otros, han motivado el desarrollo de una línea de investigación dedicada a la búsqueda de soluciones híbridas simbólico-numéricas que consigan aprovechar las ventajas de ambas estrategias de cálculo.

Un aspecto muy importante de la computación simbólica es el desarrollo de software de computación simbólica o sistemas de álgebra computacional. De hecho, resulta difícil concebir la computación simbólica (tanto como campo de investigación, como herramienta de apoyo docente o de ayuda al discente) sin la utilización de sistemas de álgebra computacional. Existen varios sistemas de álgebra computacional, algunos de cáracter más general y otros más dirigidos a áreas concretas de trabajo. Para el desarrollo y exposición de los contenidos de este libro hemos elegido el sistema de álgebra computacional *Maple*.

Este libro está dirigido a estudiantes de carreras de ciencias, informática e ingenierías en general y pretente, además, servir de apoyo en los aspectos computacionales que aparecen en la investigación en estos campos. Para ello, el libro ofrece una visión computacional de las matemáticas, desarrollando algoritmos, presentado métodos, implementando procedimientos y mostrando las facilidades del sistema *Maple* para cada una de las cuestiones analizadas. Como resultado se abordan cuestiones matemáticas en álgebra lineal, en álgebra no lineal, en cálculo en una y varias variables y en ecuaciones diferenciales ordinarias.

Se comienza el libro con dos capítulos dedicados a las TÉCNICAS INSTRUMENTALES básicas que se van a utilizar. Así el Capítulo 1 está dedicado a introducir al lector en el sistema de álgebra computacional *Maple* y el Capítulo 2 en la complejidad algebraica, aspecto importante de la computación simbólica que permite el estudio de la eficacia de los algoritmos.

Seguidamente, el libro discurre por dos vertientes distintas, conectadas entre sí. Por una parte aparecen capítulos dedicados esencialmente a mostrar las FACILIDADES *Maple* en un materia concreta y, por otra, capítulos dirigidos al DESARROLLO DE ALGORITMOS, estudiando las ideas y aspectos matemáticos que subyacen a los mismos. Así los Capítulos 3, 6 y 7 se centran en las facilidades *Maple* en álgebra lineal, cálculo en una y varias variables y ecuaciones diferenciales ordinarias, respectivamente. Los Capítulos 4 y 5 están dedicados al desarrollo de algoritmos en álgebra lineal y álgebra no lineal, respectivamente.

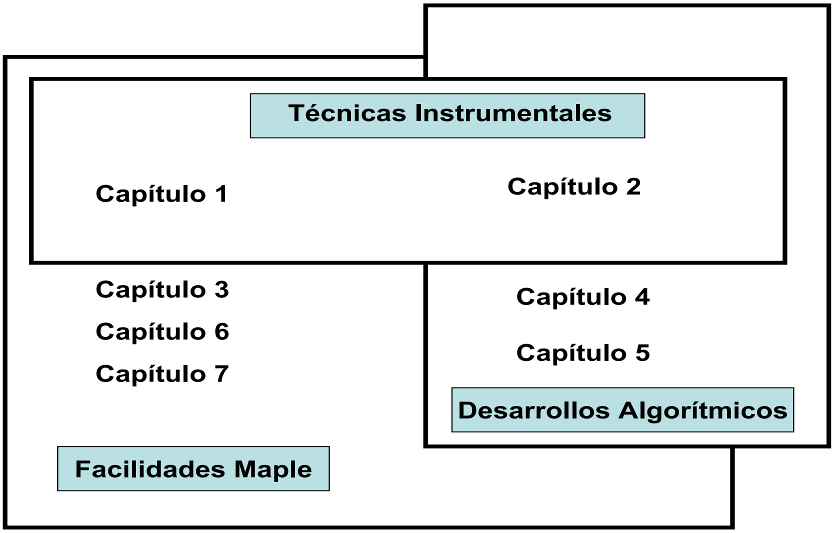

Figura 1: Distribución de capítulos

En los capítulos, además del desarrollo teórico correspondiente, se indican los comandos *Maple* relacionados con el tema y se ilustran los resultados con ejemplos, algunos en formato clásico, y otros elaborados con *Maple*. Asimismo, la mayoría de los algoritmos que se estudian, se implementan en *Maple*. Por otra parte, con el objetivo de enriquecer la exposición de los contenidos y como vía de ampliación de conocimientos, se indican las referencias bibliográficas fuente sobre los temas tratados. Por último comentar que en los Capítulos 1, 2, 3 y 6 se dedica una sección a la aplicación de los resultados estudiados en un problema concreto.