

# Guía de Uso

Este libro es el segundo tomo de una colección (o biblioteca) que, bajo el nombre genérico de **Laboratorio de Matemáticas**, nace con la misión de ayudar a los estudiantes de los ámbitos científico y tecnológico cuando se enfrenten, en los primeros cursos de sus estudios universitarios, a las materias en las que predomine el contenido matemático. Esta ayuda se materializa en las páginas que siguen a continuación en una colección de lecciones, problemas, laboratorios de computación y cuestiones. El objetivo de todo este material es doble:

- En primer lugar, que el lector, de forma autónoma, sea capaz de afianzar sus conocimientos básicos, tanto teóricos como prácticos, sobre los objetos matemáticos que aquí se analizan.
- En segundo lugar, que el lector, de forma autónoma, se aproxime por primera vez a conceptos e ideas con las que nunca se ha encontrado y cuya utilización se le requiere en otros ámbitos bien de las Matemáticas o de fuera de ellas.

Estos dos objetivos fundamentales, que constituyen la línea argumental de todos los tomos de esta biblioteca (y del material que les acompaña en la web), hacen que tanto la presentación como la estructura de este volumen, en muchos casos, se aleje consciente y radicalmente de la estructura habitual de lo que se conoce en la actualidad como libro de texto. Así predominan las descripciones, las justificaciones y los ejemplos frente a lo que se puede denominar como una presentación más clásica, en la que suele primar el formalismo. Sin embargo, y a diferencia de lo que ocurría en el primer tomo de esta biblioteca, en algunos casos se incluyen justificaciones más detalladas por su carácter especialmente ilustrativo que va más allá de la mera justificación de la propiedad en cuestión.

El uso de este volumen debe comenzar por una lectura inicial de cada lección, prestando especial atención a los ejemplos; debe continuar con la realización de alguno de los ejercicios; y finalizar con la realización del laboratorio de computación correspondiente, donde, en la mayoría de los casos, con la ayuda del software de cálculo científico `Maple`, se resuelven algunos de los problemas planteados al final

de cada lección. Incluso si el lector no dispone del software de cálculo científico **Maple** la lectura los laboratorios de computación contiene información muy relevante sobre cómo abordar la resolución de los problemas propuestos y, por supuesto, su solución.

El lector puede (y se le aconseja que así lo haga) acceder a la realización de las cuestiones en cualquier momento, pero debe también tener en cuenta que algunas de estas cuestiones involucran conceptos que se contemplan en más de una lección.

Las soluciones a todos los problemas y a todas las cuestiones (y a todos los problemas y cuestiones que se vayan incorporando adicionalmente a la versión web de esta biblioteca) están disponibles en la página web

<http://www.laboratorio-matematicas.es>

Este segundo tomo del **Laboratorio de Matemáticas** está dedicado al estudio de las cuestiones más básicas de lo que se denomina Cálculo Diferencial. Así se comienza estudiando la noción de límite de una sucesión de números reales que luego es utilizada para estudiar las series numéricas. A continuación, y de forma natural, se extiende la noción de límite al caso de funciones como herramienta para estudiar el comportamiento de una función en las cercanías de un punto. Esto lleva a que una lección se dedique de forma íntegra a introducir, especialmente a través de ejemplos, el concepto de función. Este tomo finaliza con una lección dedicada a la definición de derivada de una función en un punto y a mostrar algunos ejemplos de la potencia que tiene esta herramienta para el estudio de las propiedades de una función (como puede ser la búsqueda de máximos y mínimos o el cálculo de límites mediante la Regla de L'Hopital).

Muchas de las cuestiones que aquí se analizan son muy básicas y sin duda el lector ya se las ha encontrado con anterioridad: en este caso lo que se intenta es que se mejore tanto la comprensión como la habilidad para manipular estos objetos matemáticos. También hay cuestiones, como las que aparecen en la lección dedicada a las series numéricas, que pueden ser nuevas y aquí el objetivo que se persigue es proporcionar una primera aproximación que le permita al lector el hacer uso de estas nuevas herramientas en los contextos donde lo precise.

Un lector que finalice la lectura de este tomo tendría que ser capaz de analizar correctamente las propiedades más elementales de las sucesiones de números reales y de las funciones, que definidas sobre un intervalo de  $\mathbb{R}$ , toman valores también en  $\mathbb{R}$ . Más concretamente, y entre otras cosas, debería ser capaz de:

- Calcular límites de sucesiones definidas por un término general que involucre polinomios, fracciones, radicales, etc.

- Analizar la convergencia y obtener, en su caso, la suma de series numéricas sencillas: geométricas, aritmético-geométricas, hipergeométricas, etc.
- Representar gráficamente funciones sencillas mediante el análisis de la expresión algebraica que las define (con especial atención al uso del valor absoluto, a las funciones definidas a trozos, etc.).
- Operar con funciones (suma, producto, composición, cálculo de la función inversa, etc.) y visualizar de los resultados de estas operaciones.
- Calcular límites de funciones definidas por una expresión que involucre polinomios, fracciones, radicales, funciones elementales, etc. Utilizar los infinitésimos equivalentes más habituales en el cálculo de límites de funciones.
- Analizar la derivabilidad de una función en un punto, calcular derivadas y polinomios de Taylor.
- Aplicar el cálculo diferencial al cálculo de límites (Regla de L'Hopital), al estudio de desigualdades, al cálculo de raíces de ecuaciones, a la resolución de problemas de máximos y mínimos, etc.
- Analizar la representación gráfica de una función con la ayuda del estudio de sus derivadas.

Y todas estas cuestiones las podrá abordar directamente con lápiz y papel o, si el problema lo requiere por la complejidad de los cálculos involucrados, con la ayuda del software de cálculo científico **Maple**.