

# Prólogo

Corren tiempos difíciles para los estudiantes que inician su carrera universitaria y que deban cursar, en los primeros años de estancia en la universidad, asignaturas con contenido matemático. Ocurre que, en un plazo relativamente corto de tiempo, han tenido lugar diferentes reformas de la enseñanza secundaria y, también, de la enseñanza universitaria y de los planes de estudio de las distintas titulaciones. Pero las distintas propuestas de modificación se han realizado de modo independiente (en el tiempo, en los contextos, en los fines) y sin prestar la debida atención al entronque de ambas enseñanzas.

Por ello el profesorado y alumnado de los primeros cursos de los estudios universitarios se encuentran, frecuentemente, perdidos en una suerte de laberinto. Así encontramos alumnos que han superado razonablemente el bachillerato y las pruebas de acceso, pero que se sienten incapaces de adaptarse, por sí mismos, al estilo docente universitario y a los requerimientos de conocimientos previos, de soltura, madurez y rigor, implícitos en los programas de las asignaturas de matemáticas que cursan. Encontramos, también, profesores universitarios con amplia experiencia y dedicación a la docencia, pero que contemplan con estupor los elevados índices de fracaso o –en el mejor de los casos– la mediocridad de los resultados que ahora obtienen en los cursos que llevan impartiendo desde hace tanto tiempo.

Pero esta simetría de planteamiento no significa que la resolución del problema consista en la convergencia simultánea de las posiciones de alumnos y profesores. El tiempo discurre en una sólo dirección y las enseñanzas universitarias vienen tras de las enseñanzas secundarias. Es la docencia universitaria la que se ha de esforzar en recoger el testigo, sin tratar de iniciar –para seguir con el símil deportivo– el relevo desde un punto al que aún no ha llegado el estudiante recién ingresado en la universidad.

Por ello varias titulaciones, ante este estado de cosas, han optado por impartir una suerte de cursos “puente”, de “nivel cero”, de “nivelación”, etc. que no forman parte del plan de estudios en sentido estricto, pero que vienen a ser una preparación informal para el mismo, dirigidos a los alumnos de primer curso. Otras titulaciones han incluido tales cursos como una asignatura específica entre

las distintas asignaturas regladas, a pesar de la dificultad para compaginar sus contenidos con los de las otras asignaturas, en el escaso tiempo de un primer curso. Por último, en algunos pocos casos, esta preparación, repaso, completación, etc. se ha incluido como material propio de las distintas asignaturas, las cuales logran así comenzar por donde deben empezar –aunque por ello terminen lejos de donde la tradición señala que deben culminar.

Cualquiera que sea la solución que se adopte, esta colección de libros “Laboratorio de Matemáticas” resultará ser una herramienta especialmente útil para favorecer la transición entre el bachillerato y la universidad. Se trata de un material que está pensado para el aprendizaje autónomo –dado el estado de cosas que hemos descrito en los párrafos precedentes es bastante frecuente que el estudiante tenga que hacer la transición por su cuenta, en uno o varios temas–, pero que, naturalmente, puede también ser usado ventajosamente por un profesor como material docente para sus alumnos.

El carácter modular del “Laboratorio de Matemáticas” propiciará la utilización de estos libros en diversos contextos (como los que acabamos de mencionar: los cursos “cero” o esas materias regladas de tipo introductorio o como una parte de las materias tradicionales de primer curso) si se eligen adecuadamente los contenidos. Cada módulo contiene información acerca de objetos y procesos matemáticos que tal vez el alumno haya estudiado ya en la secundaria o bachillerato (por ejemplo: números naturales, enteros, racionales, reales, matrices, sistemas lineales, fracciones algebraicas, factorización de polinomios, simplificación de radicales, binomio de Newton, etc.) o que tal vez no haya visto de manera sistemática o rigurosa (números complejos, raíces de ecuaciones de grado superior, continuidad de funciones, cálculo de límites, resolución de inecuaciones, derivadas e integrales, etc.), teniendo como guía la consecución de esa “cultura matemática” básica que los profesores universitarios de los primeros cursos echan en falta para impartir las diversas materias específicas. En todos los casos se trata de afianzar y actualizar conocimientos, de consolidar y ampliar destrezas, de procurar, en suma, la madurez matemática del alumno en esos temas.

El estilo de los libros es, esencialmente, descriptivo –y muy alejado del método tradicional del tipo definición–teorema–demostración– lo que hará más ameno el recordar lo que ya se ha sabido y más fácil el aproximarse, por primera vez, a lo que todavía se ignora. La justificación rigurosa de todas las propiedades que se describen no supone un lastre para el desarrollo de la exposición y se incluye sólo en tanto que esa justificación pueda ayudar al lector novel a entender mejor las cosas ... . Pero también los libros del “Laboratorio” abundan en ejemplos y contraejemplos detallados, cuya lectura y comprensión supondrá el afianzamiento de los conocimientos y la superación de las falsas ideas que tantas veces nos hacemos ante un nuevo concepto. Este estilo narrativo (descripción fenomenológica de los

objetos matemáticos, con ejemplos) tiene, además, la virtud de facilitar el uso del “Laboratorio” en aquellas materias de Matemáticas de carácter instrumental, que son propias titulaciones que usan fundamentalmente las matemáticas como herramienta.

Un laboratorio es, esencialmente, un lugar de aprendizaje a través del contacto y la experimentación con determinados fenómenos. En este sentido, los libros del “Laboratorio de Matemáticas” responden fielmente a su denominación, al incluir una buena colección de ejercicios o problemas para cada sección. Algunos de estos ejercicios tienen un enunciado prescriptivo (“dibuja”, “calcula”, “halla”, “resuelve”, etc.), pero otros muchos plantean una auténtica exploración sobre puntos esenciales (“¿por qué se manipulan habitualmente filas y no columnas, para estudiar los sistemas lineales de ecuaciones?”, “estudia si tal polinomio tiene raíces en un determinado conjunto numérico”, “¿se pueden representar de modo más sencillo tales números reales?”, etc.).

El estudiante que se haya ejercitado en su resolución estará en condiciones de abordar una nueva sección, el Cuestionario final, que plantea múltiples respuestas (varias de las cuales pueden ser válidas). Por ejemplo, suponemos que una matriz  $A$  tiene 0 como autovalor. ¿Será cierto que, entonces, el determinante de  $A$  es también cero? ¿Y será 0 un autovalor de  $A^2$ ? ¿Será el rango de  $A$  menor o igual que 2? ¿Será  $A^2 = 0$ ? Este tipo de cuestiones son extraordinariamente útiles, no sólo para corroborar al estudiante su dominio de un tema concreto, sino, fundamentalmente, para favorecer su capacidad de razonamiento y su competencia para enfrentarse a situaciones abiertas. Cuestiones, ejercicios y problemas cuya solución se ofrece al lector a través de una página web, para facilitar, como hemos señalado, el auto-aprendizaje.

Pero un laboratorio exige, además, un instrumental de manipulación, una herramienta que facilite la operatoria mecánica y permita al estudioso concentrarse en los auténticos retos. Además, si la herramienta es suficientemente compleja y potente, puede también ella misma convertirse en un ámbito de exploración y estudio, que nos permitirá ahondar en la comprensión de los objetos que manipulamos con este instrumento. Así, los volúmenes del “Laboratorio de Matemáticas” incluyen, como elemento esencial, una iniciación a **Maple** y unos “Laboratorios de Maple” donde se muestra, a través de ejemplos desarrollados, la utilización de este programa en la obtención de distintos cálculos relativos a las diferentes secciones del “Laboratorio de Matemáticas”. Como señala su autor “incluso si el lector no dispone del software de cálculo científico Maple, la lectura los laboratorios de computación contiene información muy relevante sobre cómo abordar la resolución de los problemas propuestos y, por supuesto, su solución”.

Tengo que señalar que he usado y uso desde hace años versiones preliminares de este “Laboratorio de Matemáticas” del profesor Laureano González Vega, en

una asignatura de Álgebra Lineal y Geometría de primer curso de la Licenciatura de Físicas. El profesor González Vega, que en un tiempo pasado fue alumno mío de primer curso, deviene ahora, en este sentido, mi profesor. He seguido el estilo docente que él preconiza en estos textos, proponiendo a los alumnos cuestiones como las que se incluyen en los mismos y propiciando el uso de **Maple** como herramienta. Los resultados –en mi valoración personal y académica, pero también en la evaluación del material docente por parte de los alumnos– han sido, siempre, extraordinariamente positivos. Me consta, asimismo, que unos resultados similares se han obtenido en otras materias de las titulaciones de Matemáticas o Físicas de la Universidad de Cantabria, donde ambos impartimos docencia.

Por ello tengo que celebrar la publicación, por parte de Addlink Software Científico, del “Laboratorio de Matemáticas”, en la confianza de que será un material que ayudará a muchos otros, profesores y alumnos, que se encuentran, como decía al principio, en esa difícil encrucijada de los primeros años de universidad.

**Tomás Recio Muñiz**

Santander, Septiembre de 2007